

Statische und dynamische Berechnung von Schrägseilbrücken

Gerhard Girmscheid *)

Zur Berechnung von Schrägseilbrücken wurden system- und baustoffspezifische Überlegungen angestellt. Die Schnittgrößenermittlung wurde nach Theorie I. und II. Ordnung abgehandelt. Für die Theorie II. Ordnung wurden Näherungsverfahren angegeben, die für einen Vorentwurf ausreichend sind. Für Bauwerke, die in seismisch oder in meteorologisch extremen Zonen errichtet wurden, wird auf die notwendige Schwingungsuntersuchung hingewiesen. Zur Abschätzung der Schwingungsanfälligkeit werden Näherungsverfahren angegeben. Die Systematik der dargestellten Berechnungsmethoden läßt sich auf andere Großbrückensysteme übertragen.

Static and dynamic calculation of stayed girder bridges. Observations specific to the system and material were made for calculating stayed girder bridges. Calculation of the cross-section was carried out in accordance with the theory of the 1st and 2nd order. Approximation methods were detailed for the theory of the 2nd order which are sufficient for a preliminary design. Attention is drawn to the vibration investigations required for structures built in zones with extreme seismic or meteorological conditions. Approximation methods are specified in order to estimate the susceptibility to vibration. The procedures involved in the calculation methods illustrated can be applied to other large bridge systems.

1 Einleitung

Nach der Vordimensionierung der Hauptabmessungsverhältnisse [2] und dem Entwurf der Querschnittsformen und Querschnittsabmessungen [1] muß man für das System die Schnittgrößenverteilung ermitteln. Da es sich um ein hochgradig statisch unbestimmtes System handelt, ist die Verteilung der Steifigkeiten von größter Bedeutung.

Das Haupttragwerk wird zutreffend als ebenes oder räumliches Rahmentragwerk idealisiert. Dabei werden beim Pylon und Versteifungsträger die Biegesteifigkeiten EI und bei den Seilen die Dehnsteifigkeiten EA beim Aufstellen der Steifigkeitsmatrix berücksichtigt. Die Biegesteifigkeiten werden ohne Berücksichtigung der Bewehrung und unter der Annahme ungerissener Querschnitte ermittelt. Die Steifigkeiten des Versteifungsträgers werden unter Berücksichtigung der mittragenden Breite berechnet. Für die Dehnsteifigkeit der Seile wird der Sekantenmodul angesetzt [1], der den Durchhang berücksichtigt. Die Seilgeometrie kann somit zwischen den Knoten als Gerade für die statische Berechnung angenommen werden (Fachwerkstab).

2 Statisches System

Die großen Schrägseilssysteme bilden im allgemeinen ein räumliches Rahmensystem. Die statische Aufbereitung eines solchen Systems ist trotz Generierungsmöglichkeiten für die EDV-Berechnung sehr aufwendig. Besonders umfangreich sind die Lastfallkombinationen und die Ausgabe einer solchen räumlichen Berechnung. Aufgrund der geometrischen Symmetrie, der orthogonalen Belastung und orthogonalen Tragwerksebenen kann das System in guter Näherung für die statische Berechnung in drei vollständig entkoppelte orthogonale Systeme zerlegt werden, die nach dem Superpositionsprinzip überlagert werden. Die Entkoppelung (Bild 1) erfolgt in:

1. Quersystem,
2. Längssystem,
3. Horizontalsystem.

Die Vertikalkräfte sowie die Horizontalkräfte in Brückenlängsrichtung wirken auf zwei ebene Systeme. Im Quersystem wird die Querverteilung auf die Seilebenen ermittelt. Die einzelnen Seilebenen als Längssystem werden in einem ebenen System mit den

Lasten aus der Querverteilung behandelt. Die Horizontalkräfte quer zur Brückenlängsrichtung (Wind) werden an einem Horizontalsystem ermittelt. Die Querverteilung für den meist zweistegigen Plattenbalken und die in äquidistanten Abständen angeordneten Querträger kann statisch bestimmt ermittelt werden (Bild 2). Im Gegensatz zum Stahlbau [3] ist die Systemvariation hinsichtlich der Einstellung der Seilkräfte durch das viskoelastische Verhalten des Betons stark eingegrenzt.

Man unterscheidet zwei Arten von schnittkraftbedingtem Kriechen: Momentenkriechen und Normalkraftkriechen. Für das *Momentenkriechen* zeigt Bauer [6], daß sich die Schnittgrößen im Versteifungsträger einer Schrägseilbrücke nur dann nicht durch Momentenkriechen verändern, wenn die Vertikalkomponenten der Kabelkräfte aus ständiger Last so gewählt werden, daß sie den Auflagerkräften des in den Kabelverankerungspunkten starr gestützten Durchlaufträgers entsprechen, unter Vernachlässigung des Normalkraftkriechens. Spannt man die Kabel mit höheren Seilkräften bei ständiger Last an, um Schnittkraftverläufe zu manipu-

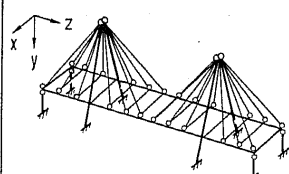
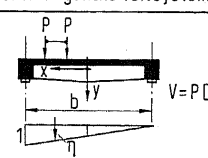
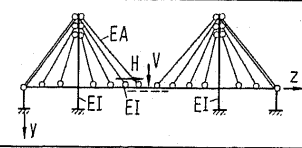
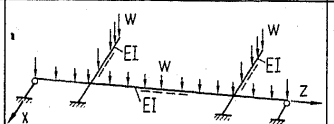
System	Bild	Lasten	Statik
Räumlich		in allen drei Richtungen	sehr hochgradig unbestimmt
Entkoppelung in drei orthogonale Teilsysteme			
Quer		vertikal	statisch bestimmt nach [4] und [5]
Längs		vertikal + horizontal	hochgradig unbestimmt
Horizontal		horizontal	unbestimmt

Bild 1. Statisches System

*) Dr.-Ing. Gerhard Girmscheid, Bilfinger + Berger Bau AG, Auslandsbereich, Postfach 15 09, 6200 Wiesbaden 1

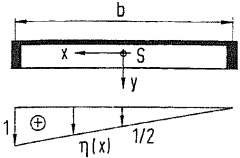
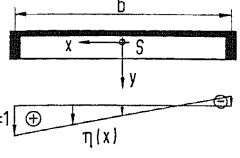
	Quereinflußlinie	Formel	Annahmen
1		$\eta(x) = 1/2 + x/b$	Engeßer [4] 1. Querträger unendlich steif 2. Längsträger torsions- weich
2		$\eta(x) = \frac{1/2 + x/b}{\alpha + \phi}$	Cornelius [5] 1. Querträger unendlich steif 2. α und ϕ berücksichtigen die Torsionssteifigkeit [5] für Hauptspur

Bild 2. Statisch bestimmte Querverteilung

ren, so relaxiert der überspannte Anteil wie bei einer plötzlichen Stützensenkung auf ca. 25% des Anfangswertes [7].

Das *Normalkraftkriechen* entsteht durch Schwind- und Kriechverkürzungen der Pylone und des Versteifungsträgers. Dies bewirkt jedoch auch eine geringe Momentumlagerung im Versteifungsträger, wie bei einer langsamen Stützensenkung bei einem Durchlaufträger [7]. Durch geringe Korrekturen der Seillänge können diese Umlagerungen vom starr gestützten Durchlaufträger zum Teil kompensiert werden. Dann können Momenten- und Normalkraftkriechen in dieser geringen Variationsbreite gegeneinander wirken. In [8] ist dieses Zusammenwirken der verschiedenen Kriechvorgänge an einem einfachen System dargestellt. Praktisch wird man die Brücke nach Beendigung des Bauzustandes auf den starr gestützten Durchlaufträger einstellen, dann ist der größte Teil des „Normalkraftkriechens“ abgeklungen.

Aus diesen Gründen muß die Steifigkeit der nichtkriechenden Seile für das Längssystem wie folgt untergliedert werden (Bild 3):

1. Ständige Lasten: (Seile: $E A = \infty$, Träger starr gestützt),
2. Veränderliche Lasten: (Seile: $E A$, Träger elastisch gestützt).

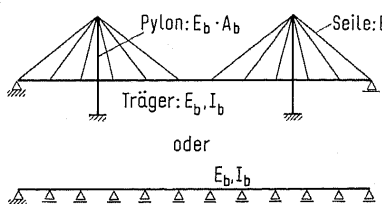
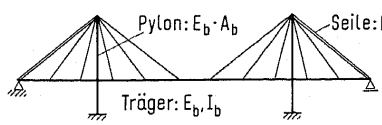
System und Lasten	Seilsteifigkeit
1. Ständige Last: 	$E A = \infty$
2. Verkehrslast: 	$E A = E A_i$

Bild 3. Seilsteifigkeiten im Längssystem unter ständiger und veränderlicher Last

Die kriechenden Bauteile werden in allen Lastfällen mit ihren Steifigkeiten $E A$ und $E I$ berücksichtigt.

Zur Ermittlung der Schnittgrößen am Längssystem wendet man das Superpositionsprinzip an.

3 Belastung

Schrägseilbrücken sind wie alle Brücken den Einwirkungen nach Tabelle 1 ausgesetzt.

Tabelle 1. Einwirkungen auf Brücken

Nr.	Einwirkungen	Lastarten
1.	Gravitation	Eigengewicht, Verkehr
2.	Dynamische und kinetische	Bremskräfte, Schwingungen, Anprall, Stoß
3.	Meteorologische	Wind, Temperatur
4.	Seismische	Erdbeben
5.	Systemimmanente	Hydrationswärme

Die deterministischen Lastansätze für Straßenbrücken findet man für den nationalen Bereich in [9] und [10] und für den internationalen Bereich in [11], [12] etc. Die probabilistischen Lastannahmen für Eisenbahnbrücken findet man in den spezifischen Werken der Eisenbahngesellschaften, z. B. in [13].

4 Schnittgrößenermittlung nach Theorie I. Ordnung

4.1 Ständige Lasten

Bei symmetrischen Systemen verteilen sich die ständigen Lasten in Querrichtung auf beide Seilebenen je zur Hälfte. Die Bemessungssituation ist durch Kriechen und Schwinden vorgegeben. Die Seile werden auf die Kraft vorgespannt, die sich bei dehnbaren Seilen ergibt (Durchlaufträger). Daraus ergeben sich durch die ungleiche Fächergröße (Seiten-/Hauptfeld) relativ große Pylonmomente. Die Rückhaltekeile, die in einem Rückhaltepfeiler verankert sind,

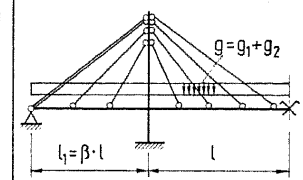
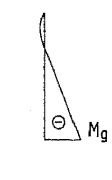
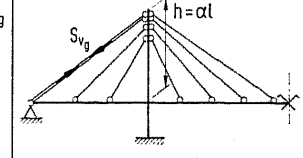
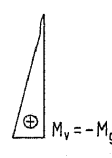
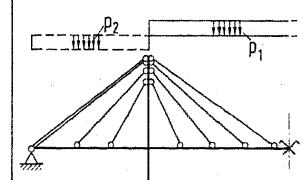
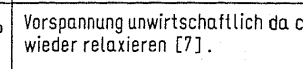
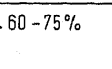
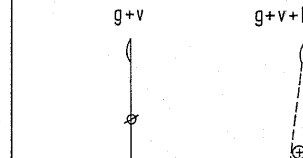
Lastfall	System	M-Linie
1 Ständige Last		
2 Vorspannung Rückhalteseil bei ständiger Last		
3 Verkehr		
4 Vorspannung Rückhalteseil bei Verkehr		
5 Superposition M-Linien		

Bild 4. Pylonmomente – Vorspannung der Rückhalteseile

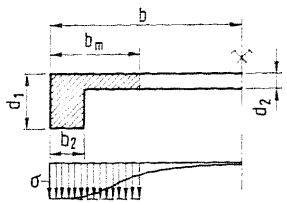
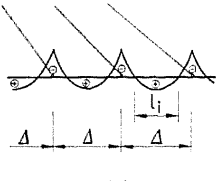
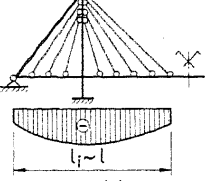
1	Quersystem		
2	Steifigkeiten	EI	EA
3	Schnittkräfte		
4	Mittragende Breite	$l_i = 0,6 \Delta$ $b_m = f(l_i)$ $I = F(b_m)$ [14]	$l_i = l$ [15] $b_m = f(l)$ $A = F(b_m)$ [14]

Bild 5. Mittragende Breite eines Hauptträgers unter ständigen Lasten

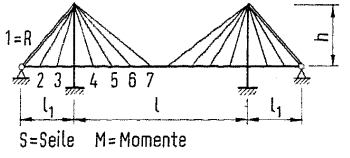
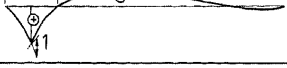
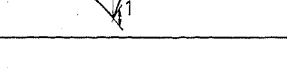
		System + Einflußlinien
1	System	
2	S_R -EL	
3	S_5 -EL	
4	M_{23} -EL	
5	M_6 -EL	

Bild 6. Einflußlinien

können nun so angespannt werden, daß die Momente aus Eigen-gewicht im Pylon verschwinden (Bild 4). Das Normalkraftkriechen bleibt gering. Zur Ermittlung der Querschnittswerte muß man die mittragende Breite berücksichtigen. Für das Trägheitsmoment I_b und die Fläche A des Hauptträgers ermittelt man die mittragende Breite aus der Momentenlinie bzw. Normalkraftlinie gleichen Vorzeichens (Bild 5).

4.2 Verkehrslasten

Bei nichtständigen Lasten ist mit dem vollelastischen System zu rechnen. Die Biegesteifigkeiten der kriechenden Bauteile und die Dehnsteifigkeit der nichtkriechenden Seile sind zu berücksichtigen (Bild 3). Die Querverteilung sollte unter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit nach Bild 2 ermittelt werden. Dabei sind für α und φ die gleichmäßig verteilten Hauptspurlasten anzusetzen [5]. Die dynamische Wirkung der Verkehrslasten wird durch einen

Tabelle 2. Belastungslänge für Schwingbeiwert

Nr.	Tragglied	Belastungslänge
1.	Platte	Querträgerabstand
2.	Querträger	Hauptträgerabstand
3.	Hauptträger	Abstand der Nulldurchgänge der Einflußlinie

Schwingbeiwert berücksichtigt. Die Schwingbeiwerte für die statischen Ersatzlasten ergeben sich aus der Belastungslänge der einzelnen Tragglieder. Die Belastungslängen sind in Tabelle 2 angegeben. Die Trägheitsmomente werden unter Berücksichtigung der mittragenden Breite ermittelt. Die maßgebende ideelle Stützweite l_i muß für das statische System aus der Länge eines Momentenabschnitts zweier benachbarter Nulldurchgänge ermittelt werden [13] und [14]. Die mittragende Breite für das Trägheitsmoment folgender Tragglieder ergibt sich:

1. für die Hauptträger aus der Länge der Einflußlinie (Bild 6) bzw. aus der Länge des Momentenabschnitts gleichen Vorzeichens,
2. für den Querträger aus dem Abstand der beiden Hauptträger.

4.3 Temperatureinwirkung

Die Aufstelltemperatur ist für das entsprechende klimatologische Gebiet den Vorschriften des jeweiligen Landes zu entnehmen. In der Bundesrepublik Deutschland ist sie mit $+10^\circ\text{C}$ [9] festgelegt. Bei dieser Temperatur wird angenommen, daß alle Bauteile eine zwangungsfreie Lage angenommen haben. Kann sich das System infolge Temperaturveränderungen von der Aufstelltemperatur nicht frei bewegen, wie dies bei Schrägseilbrücken immer der Fall ist, so entstehen Zwangsschnittgrößen. Diese Zwangsschnittgrößen müssen für folgende Fälle untersucht werden:

1. Konstante Temperaturerhöhung über die Bauteilhöhe aller Tragglieder,
2. lineare Temperaturerhöhung über die Bauteilhöhe aller Tragglieder,
3. ungleiche konstante Temperaturerhöhung verschiedener Tragglieder.

4.4 Windkräfte

Die Einwirkung der Windkräfte wird deterministisch durch entsprechende statische Ersatzkräfte berücksichtigt, die in den nationalen Vorschriften festgelegt sind. Bei großen dynamischen Windkräften muß immer überprüft werden, ob eine besondere Schwingungsuntersuchung erforderlich ist.

Die Windlasten auf die Seile werden je zur Hälfte an den Einleitungsknoten von Pylon und Versteifungsträger angesetzt. Der Versteifungsträger wird durch horizontale Biegemomente beansprucht. Diese Biegebeanspruchung ist von untergeordneter Bedeutung aufgrund des konstruktiv vorhandenen Versteifungsträgerquerschnitts. Die Pylone erhalten durch die Windbeanspruchung in Längs- bzw. Querrichtung Biegemomente, die für die Bemessung von Relevanz sind.

Bei solch großen Systemen kann es ein Gebot der Wirtschaftlichkeit sein, eine genauere Winduntersuchung vorzunehmen, unter Berücksichtigung der aerodynamischen Beiwerte [16] und einer differenzierten Staudruckverteilung, siehe Abschnitt 6.2.

4.5 Katastrophenlastfälle

Für die gebrauchsmäßig nicht vorgesehenen Katastrophenlastfälle können im allgemeinen reduzierte Sicherheitsbeiwerte angesetzt werden. Zu diesen Lastfällen gehören:

1. Fahrzeuganprall auf Seile oder Pylon,
2. Schiffsstoß auf Pylon,
3. Ausfall eines Seils bzw. Auswechselung unter Verkehr.

Die Beanspruchung des Pylons durch Fahrzeuganprall ist gering und für die Bemessung im allgemeinen nicht relevant. Die Schiffsstoßbeanspruchung kann jedoch für die Bemessung maßgebend sein. In solchen Fällen sollte man im Vorfeld Schiffsabweiser anordnen, um eine Gefährdung des Bauwerks auszuschließen.

4.6 Seileinleitungsbereiche

Die Einleitungsbereiche der Seilkräfte im Pylon und im Versteifungsträger ermittelt man mit Hilfe einer Finite Elementrechnung, die den Einleitungsbereich mit seinen Diskontinuitäten betrachtet. Auch hier sollte man sich beim Vorentwurf jedoch mit einem vernünftigen Fachwerkmodell [1] weiterhelfen. Ein solches Modell dient immer einer guten Kontrolle.

4.7 Seilkräfte

Bei den Seilkräften werden in der statischen Berechnung die Sehnentangentenkräfte ermittelt. Die wahren Seilkräfte und -längen können mit dem Endtangentialwinkel bzw. Durchhang ermittelt werden, [17, S. 593]. Die realen Seilkräfte weichen von den idealisierten nur so geringfügig ab, daß die Seile mit den Sehnentangentenkräften unter Berücksichtigung der Dauerfestigkeit bemessen werden können.

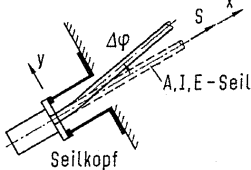
System	Formeln
	Verformung: $y = \Delta\phi \sqrt{EI/S} \exp[-x \sqrt{S/(EI)}]$ Moment: $M(x) = EI \, d^2y/dx^2 = S y$ $M(x) = S y = \Delta\phi \sqrt{EIS} \exp[-x \sqrt{S/(EI)}]$

Bild 7. Seilbiegung am Ankerkopf

Die Biegesteifigkeit der Seile wird vernachlässigt. Aufgrund des Seildurchhangs und der konstruktiven Ausbildung der Verankerungspunkte ergeben sich sekundäre Biegemomente (Bild 7). Diese Zwängungsmomente nehmen exponential mit dem Abstand von der Verankerung ab. An den Verankerungspunkten ist diese Randstörung für die Dauerfestigkeit der Seile von Bedeutung. Auf die konstruktive Ausbildung zur Verhinderung der Dauerfestigkeitsprobleme wird in [1] hingewiesen.

4.8 Bauzustände

Je nach Vorbaumethode ergeben sich relativ instabile Bauzustände. Daher sollte man alle Vorbaumzustände mit ihren Rüst-, Baugeräte-, Baustoff- und Windlasten auf:

1. Kippsicherheit (Waagebalkeneffekt) und
2. Schwingsicherheit gegen Wind

untersuchen. Oft sind Hilfsabspannungen und Stabilisierungsaussteifungen während der Bauphase notwendig.

5 Schnittgrößenermittlung nach Theorie II. Ordnung

5.1 Allgemeines

Da im System zwei extrem druckkraftorientierte Bauglieder (Pylon und Versteifungsträger) vorhanden sind, ist immer eine Unter-

suchung unter Berücksichtigung der Verformung erforderlich. Diese Verformungen sind klein gegenüber den Querschnittsabmessungen und sehr klein in Bezug auf die Bauwerksabmessungen. Daher ist es ausreichend, eine Gleichgewichtsuntersuchung in der verformten Lage nach Theorie II. Ordnung durchzuführen.

Die Schnittgrößenermittlung nach Theorie II. Ordnung erfolgt für ein so komplexes Rahmensystem mit einem EDV-Programm nach dem Weggrößungsverfahren (WGV).

5.2 Versteifungsträger und Pylon

Beim *Versteifungsträger* treten beim Lastfall ständige Last aufgrund der eingestellten Seilkräfte keine Knotenverschiebungen und somit keine Stabdrehwinkel ϑ auf. Die Verformungen entstehen nur durch die Knotendrehwinkel φ von der unverformten Stabsehne aus. Die Theorie II. Ordnung wird nur durch die Anteile von der Stabsehne aus charakterisiert. Die Verformungen der Einzelstäbe sind extrem gering (Bild 8). Nach dem WGV [18] erhält man:

$$\text{Knotengleichungen: } \sum M_{ik} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Momente: } M_{ik} = \frac{EI}{l} (\alpha(\varepsilon) \cdot \varphi_i + \beta(\varepsilon) \cdot \varphi_k) \quad (2)$$

$$\text{Stabkennzahl: } \varepsilon = \sqrt{\frac{N}{EI}} \cdot l \quad (3)$$

Durch einseitige Verkehrslasten weicht die Schrägseilbrücke vom planmäßigen Verlauf des starr gestützten Durchlaufträgers ab. Dabei entstehen nicht nur Knotendrehwinkel, sondern auch Knotenverschiebungen v_i , die Stabdrehwinkel hervorrufen [18]. Die Anteile der fiktiven Abtriebskräfte aus den Stabdrehwinkeln übersteigen den Anteil nur von der Sehne aus um ein Vielfaches (Bild 8). Daher ist für die Verkehrslast eine Betrachtung am verformten System unumgänglich.

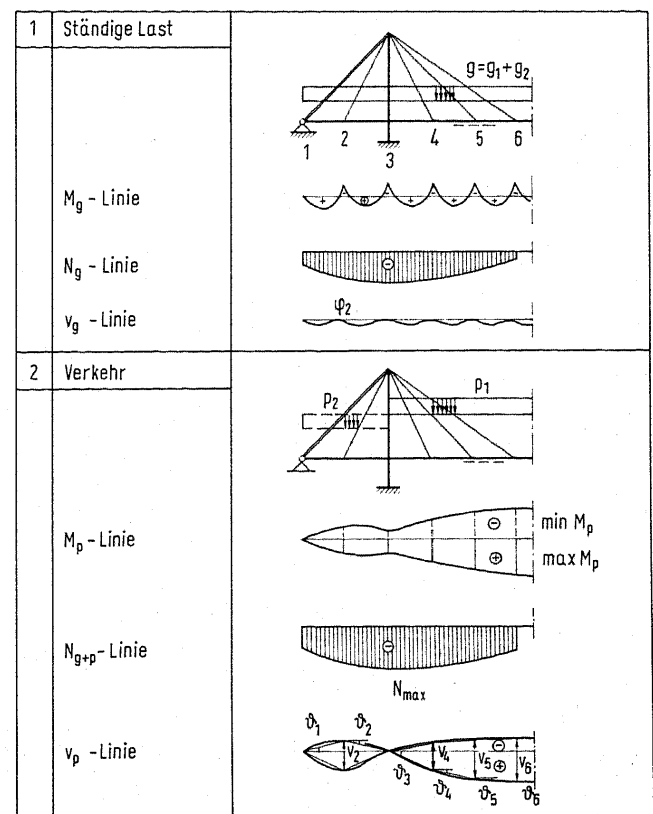


Bild 8. Schnittgrößen und Verformungen des Versteifungsträgers und die Auswirkungen auf die Theorie II. Ordnung

Die WGV-Gleichgewichtsbedingungen nach Theorie II. Ordnung lauten:

$$\text{Knotengleichungen: } \sum M_{ik} = 0 \quad (4)$$

$$\text{Netzgleichungen: } \sum (M_{ik} + M_{ki}) \bar{\vartheta}_{ik} + \sum (N_{ik} \bar{\vartheta}_{ik} l_{ik}) \bar{\vartheta}_{ik} = 0 \quad (5)$$

Die Momente M_{ik} enthalten die Theorie II. Ordnung-Anteile von der Sehne aus, der Term $(N \bar{\vartheta} l)$ enthält den Anteil der Sehne.

Der Pylon sollte an einem räumlichen System nach Theorie II. Ordnung untersucht werden, um die Rückstellwirkung von Seilen, Lagern und Versteifungsträgern realistisch zu simulieren. Es sollte grundsätzlich eine Knickuntersuchung unter schiefer Biegung mit Achsdruck durchgeführt werden.

Den Einfluß der Theorie II. Ordnung kann man relativ allgemeingültig wie folgt beurteilen:

1. Die Zusatzbiegemomente des Versteifungsträgers betragen ca. 5% derjenigen nach Theorie I. Ordnung, wenn das System mit Rückverankerungskabel ausgerüstet ist [1]. Bei Systemen ohne Rückverankerungskabel kann der Zuwachs leicht 10% erreichen. Für den Versteifungsträger besteht keine Stabilitätsgefährdung.
2. Für die Größenordnung der Auswirkung der Theorie II. Ordnung auf den Pylon ist die Lagerung des Gesamtsystems und die Anordnung von Rückhalteketten [1] von entscheidendem Einfluß.
3. Die Umlagerung der Normalkräfte infolge der Theorie II. Ordnung ist so gering, daß sie vernachlässigt werden kann. Daher kann bei der Berechnung nach Theorie II. Ordnung die Normalkraftverteilung nach Theorie I. Ordnung angesetzt werden.

Für Schrägseilssysteme mit festem Lager und Rückhalteketten ist es für eine Vorstatik ausreichend, den Einfluß nach Theorie I. Ordnung mit den nachfolgenden Verfahren zu berechnen.

3.3 Näherungsverfahren für Versteifungsträger und Pylon

Die Knicksicherheit des Versteifungsträgers ergibt sich aus dem Eigenwertproblem, bei dem die innere Energie des Systems, bestehend aus Versteifungsträger und den Federelementen (Seile), und die äußere Energie aus der Druckkraft im Versteifungsträger (Bild 9) betrachtet werden [19].

Innere Energie:

$$\Pi_i = \underbrace{\frac{1}{2} \int_0^l EI w''^2(z) dz}_{\text{Versteifungsträger}} + \underbrace{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \varepsilon_{si}^2 \cdot EA_{si} \cdot l_{si}}_{\text{Seile (Federelemente)}} \quad (6)$$

	Bezeichnung	Skizze
1	System	
2	Ersatzsystem	

Bild 9. Analogie zwischen Schrägseilssystem und elastisch gebetteten Balken

Äußere Energie:

$$\Pi_a = \frac{1}{2} \int_0^l P_{ki} w'^2(z) dz \quad (7)$$

bzw. mit:

$$v_{ki} = \frac{P_{ki}}{P} - \text{Knicksicherheit} \quad (8)$$

P_{ki} – Ideelle Knickkraft

P – Normalkraft im Träger

$$\Pi_a = \frac{1}{2} \int_0^l v_{ki} \cdot P(z) w'^2(z) dz \quad (9)$$

Die innere Energie ist gleich der äußeren Energie, daraus ergibt sich die Knicksicherheit für das System:

$$v_{ki} = \frac{\int_0^l EI w''^2(z) dz + \sum_{i=1}^n \varepsilon_{si}^2 \cdot EA_{si} \cdot l_{si}}{\int_0^l P(z) \cdot w'^2(z) \cdot dz} \quad (10)$$

I = Trägheitsmoment des Versteifungsträgers (mittragende Breite)

A_s = Stahlseilquerschnitt

l_s = Seillänge

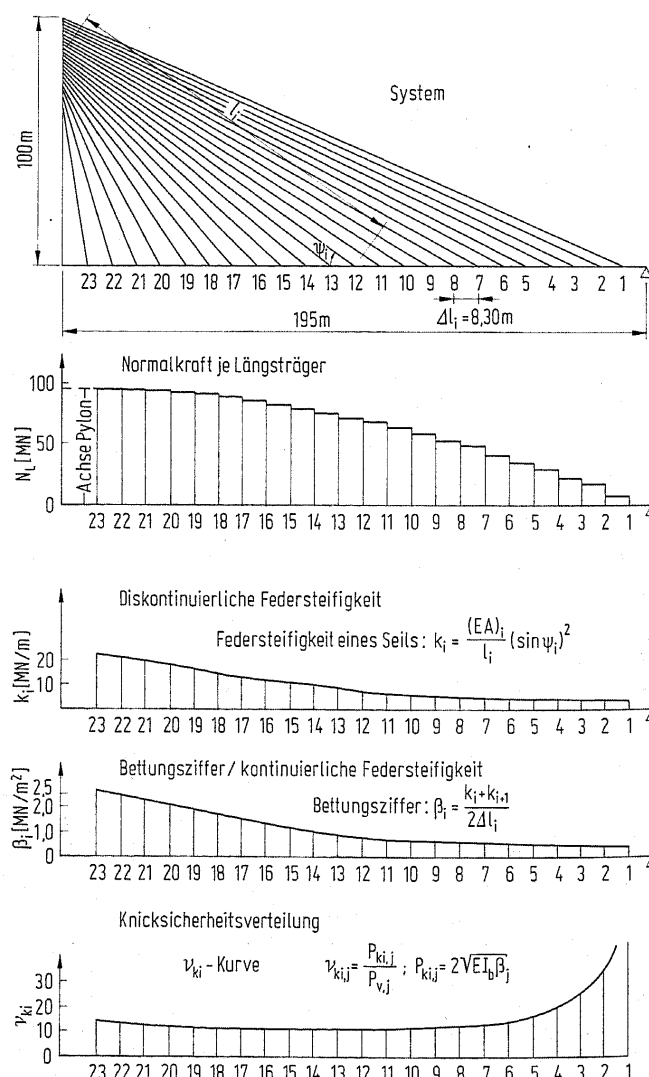


Bild 10. Knicksicherheitsuntersuchung des Versteifungsträgers

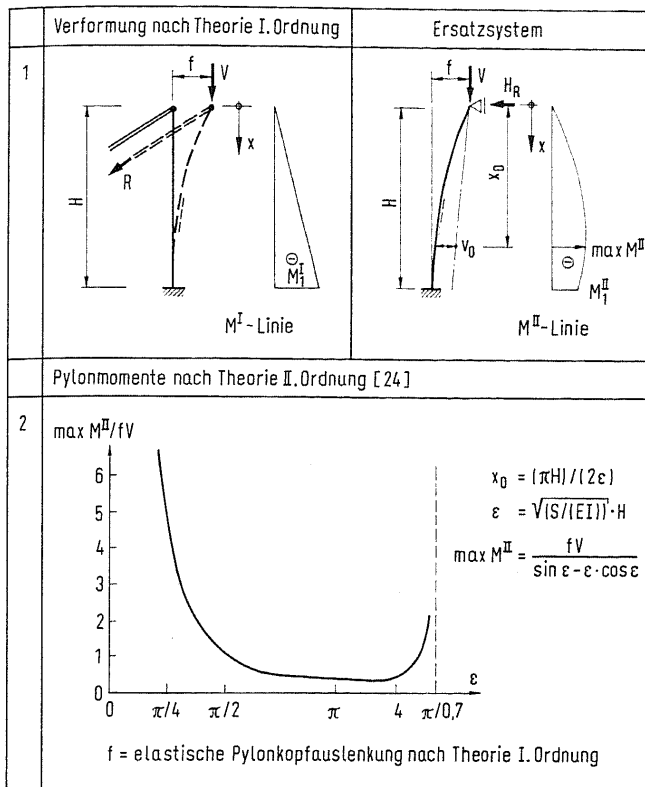


Bild 11. Pylonmomente nach Theorie II. Ordnung bei unterschiedlichen Versteifungsträgern

Dies ist identisch mit der Betrachtung am elastisch gebetteten Balken unter Normkraftbeanspruchung [15]. Die Knicksicherheitsuntersuchung eines Hauptträgers ist in Bild 10 dargestellt.

Der Pylon kann näherungsweise in Längsrichtung nach Theorie II. Ordnung nach dem Verfahren von [20] berechnet werden.

Der Versteifungsträger sollte jedoch unverschieblich in Längsrichtung [1] gelagert sein. Die Biegesteifigkeit des Pylons sollte so gewählt werden, daß er ausreichend knicksteif ist und biegeweich gegenüber den Zwangsschnittgrößen, die durch die elastischen Kabelverformungen hervorgerufen werden, siehe Tabelle 6 in [1].

Aus Bild 11 erkennt man, daß die Stabkennzahl ϵ im Bereich von $\pi/2 \leq \epsilon \leq 4$ liegen soll. In diesem Bereich ergeben sich besonders wirtschaftliche Verhältnisse, da die Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung nicht größer werden als nach Theorie I. Ordnung. Die Untersuchung am Ersatzsystem wird wie folgt durchgeführt:

1. Pylonkopfauslenkung f und resultierende Vertikalkraft V nach Theorie I. Ordnung aus dem Gesamtsystem ermitteln.
2. Stabkennzahl ϵ bilden und max. Moment (Bild 11) ablesen.
3. Lage von $\max M$ mit $x_0 = (\pi \cdot H) / (2 \cdot \epsilon)$ ermitteln, mit $v_0 = M/V$ die Wirkungslinie von V bilden, indem man diesen Punkt mit dem ausgelenkten Kopfpunkt verbindet.
4. Momentenlinie nach Theorie II. Ordnung ermitteln.

Die Untersuchung des Pylons in Brückenquerrichtung erfolgt beim A- und H-Pylon als Rahmen. Dabei soll nochmals auf die günstige Wirkung des A-Pylons hingewiesen werden [1]. Der Nachweis erfolgt nun wieder unter zweiachsiger Biegung mit Normkraft.

6 Dynamische Untersuchung

6.1 Allgemeines

Schrägseilbrücken, wie alle Großbrücken, müssen für seismische sowie für aerodynamische Einwirkungen untersucht werden. Die dynamische Untersuchung umfaßt Windkanalversuche und Eigen-

Text	Bild
1 Winderregte Schwingungen	1. Resonanzschwingungen: 2. Flatterschwingungen:
2 Aerodynamische Kräfte	
3 Erste Biegeeigenform statische Ersatzkraft	

Bild 12. Dynamische Einwirkungen

frequenzbestimmungen. Die Eigenfrequenzen kann man an einem räumlichen System ermitteln. Die Querrichtung ist dann vom Längssystem nicht entkoppelt, dadurch erhält man die Eigenfrequenzen der Torsions- und Biegelängsschwingungen simultan. Oft genügt jedoch zur Abschätzung der Schwingungsanfälligkeit die erste Eigenfrequenz eines ebenen Längssystems.

6.2 Winderregte Schwingungen

Die winderregten Schwingungen entstehen durch Bewegungen der Luftmassen, die zu extremen lokalen Windbeanspruchungen führen, die das Bauwerk zu Schwingungen anregen können. Hinsichtlich der Ursachen und der entstehenden Gefahr unterscheidet man Resonanz- und Flatterschwingungen [21].

Resonanzschwingungen: Leeseits des laminar angeströmten starren Körpers wird die oberflächennahe Grenzschicht gestaut. Sie reißt unter Verwirbelung hinter dem Körper ab, dabei wirkt ein Stoß auf den Körper. Als Sonderfall ist der *Kármansche* Wirbel beim Zylinder (Seil) bekannt.

Flatterschwingungen: Ein Querschnitt wird vollständig laminar umströmt. Dabei wirken auf den Körper aerodynamische Kräfte, die von dem Anblaswinkel ξ abhängen und elastische Verformungen verursachen. Ab einer kritischen Windgeschwindigkeit wird die Gleichgewichtslage $\xi = 0$ des Körpers instabil. Der Körper wird in zusammengesetzte, gekoppelte Flatterschwingungen versetzt.

Die Resonanzschwingungen hängen von den aerodynamischen Kennzahlen, *Reynoldszahl* Re und der *Strouhalzahl* S ab. Die Beanspruchung je Längeneinheit des umströmten Körpers wird durch folgende, periodisch wirkende Größen beschrieben [21] (Bild 12, Nr. 1):

$$\text{Windwiderstand: } s = c_s \cdot q \cdot h \quad (11)$$

$$\text{Auftrieb: } a = C_a \cdot q \cdot b \quad (12)$$

$$\text{Moment: } m = c_m \cdot q \cdot b \cdot h \quad (13)$$

$$\text{Staudruck: } q = \frac{1}{2} \rho v_w^2 \quad (14)$$

$$\text{Windgeschwindigkeit: } v_w$$

$$\text{Luftdichte: } \rho$$

Die aerodynamischen Beiwerte c_s , C_a , c_m hängen von den Kennzahlen Re und S ab, sie können aus [21] entnommen werden bzw.

müssen durch Versuche ermittelt werden. Das Einzeil sollte unbedingt auf diese *Kármanschen* Schwingungen untersucht werden und es sollten Dämpfungsmaßnahmen vorgesehen werden [1]. Große Brücken, die starken Böen (turbulenten Strömungen) ausgesetzt sind, die aber immer nur kurzzeitig wirken, geraten nicht in gefährliche Resonanzschwingungen, da die zugeführte Energie meist nicht ausreicht. Daher ist eine statische Winduntersuchung mit ihren hohen statischen Ersatzwindlasten (Abschnitt 4.4) meist ausreichend.

Große Brücken, z. B. hoch über Wasserflächen, sind besonders schwingungsgefährdet durch laminare Windströmungen mit kleinem Anblaswinkel ξ . Diese Windströmungen werden durch mittlere Windgeschwindigkeiten, die sehr energiereich sind, hervorgerufen und erzeugen Flatterschwingungen. In [21] wurden umfangreiche Flatterschwingungsuntersuchungen durchgeführt, in denen die Beziehungen zwischen Massenträgheitsmoment und Masse sowie dem Frequenzverhältnis von Torsions- und Biegeeigenfrequenz zu dem Quotienten der kritischen Windgeschwindigkeit dargestellt wurden. Liegen die Eingangsparameter außerhalb der Diagramme, so sind Windkanalversuche erforderlich. Wenn man die erste Torsionseigenkreisfrequenz und die erste Biegeeigenkreisfrequenz ermittelt, kann man aus den Diagrammen von *Thiele* [21] die rechnerische kritische Windgeschwindigkeit zur Beurteilung der aerodynamischen Stabilität ermitteln. Diese kritische Windgeschwindigkeit wird noch mit einem Querschnittsformfaktor aus [21] reduziert, um die „reale“ kritische Windgeschwindigkeit zu erhalten. Bei der Beurteilung der aerodynamischen Stabilität auf Grund dieses Ergebnisses ist zu beachten:

1. Die errechnete Windgeschwindigkeit v_{kr} muß über die Brückenlänge konstant sein, um das Bauwerk zu gefährden.
2. Damit die Schwingungen sich innerhalb der Dauer der Windbelastung zu gefährlichen Amplituden aufschaukeln, muß die Einwirkungszeitspanne sehr groß sein und $v > v_{kr}$.

Die Rechnung setzt horizontale Anströmung voraus. Im Fall $\xi < 0$ ist die Brücke stärker gefährdet.

Die aerodynamische Stabilität wird als sicher erachtet, wenn die „reale“ kritische Windgeschwindigkeit zu der am Bauwerk wirkenden energiereichen, mittleren Windgeschwindigkeit einen genügenden Sicherheitsabstand $v > 2$ hat. Auf das günstige Verhalten von Schrägseilbrücken mit zwei Ebenen wird in [1] hingewiesen.

6.3 Seismisch erregte Schwingungen

Durch Erschütterungen des Erdbodens, die durch geologische Vorgänge in der Erdkruste hervorgerufen werden, können Bauwerke zu ganz erheblichen Schwingungen angeregt werden. Mit Hilfe der ermittelten Eigenfrequenzen des Systems kann man nach dem Antwortspectrumverfahren z. B. nach [22] die Beschleunigungsantwort ermitteln. Für eine überschlägige Berechnung reicht die erste Eigenfrequenz, eine genauere Berechnung verlangt die ersten drei Eigenfrequenzen, die nach der Fehler-Quadrat-Wurzel-Methode überlagert werden [23]. Mit dieser Antwort errechnet man sich die statischen Ersatzgrößen, die in die Bemessung eingehen. Der Ablauf der Berechnung soll hier nicht weiter geschildert werden, er kann aus [23] bzw. aus der dort angegebenen Literatur entnommen werden.

6.4 Ermittlung der Eigenfrequenzen

Die Differentialgleichung des Systems für die erzwungene Schwingung lautet [24]:

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = F(t) \quad (15)$$

- M = Massenmatrix
 C = Dämpfungsmatrix
 K = Steifigkeitsmatrix
 $F(t)$ = Erregervektor

- $\ddot{u}$ = Beschleunigungsvektor
 $\dot{u}$ = Geschwindigkeitsvektor
 u = Verformungsvektor
 ω = Eigenkreisfrequenz

Die Eigenwerte erhält man durch die Modalanalyse mit dem Ansatz für die freie Schwingung:

$$(K - \omega^2 M) u = 0 \quad (16)$$

Diese Methode wird bei leistungsfähigen EDV-Programmen für Stabwerke angewandt.

Zur Abschätzung der entscheidenden ersten Eigenfrequenz eignet sich vorzüglich das *Rayleigh*-Verfahren [25]. Das *Rayleigh*-Verfahren geht von der Energiebilanz eines schwingenden Systems aus. Führt das System freie, ungedämpfte Schwingungen aus, so ist seine Gesamtenergie konstant. Unter Berücksichtigung der Biegesteifigkeiten und Dehnsteifigkeiten erhält man:

$$\max E_{\text{pot}} = \max E_{\text{kin}} \quad (17)$$

$$\max E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} \int_0^l EI v''(z) dz + \frac{1}{2} \sum \varepsilon_{si}^2 EA_{si} l_i \cong \frac{1}{2} \int_0^l p(z) \cdot v(z) dz \quad (18)$$

$$\max E_{\text{kin}} = \frac{\omega^2}{2} \int_0^l m v^2(z) dz \quad (19)$$

- ω_B = erste Biegeeigenkreisfrequenz
 $v(z)$ = Verformung der Stäbe
 $p(z)$ = stetig verteilte Streckenlast zur Erzeugung der ersten Biegeeigenform
 m = Stabmasse pro m.

Die erste Biegeeigenkreisfrequenz lautet:

$$\omega_B^2 = \frac{\int_0^l p(z) \cdot v(z) \cdot dz}{\int_0^l m \cdot v^2(z) \cdot dz} \quad (20)$$

Die erste Torsionseigenfrequenz wird analog [26] ermittelt.

Sie lautet:

$$\omega_T^2 = \frac{\int_0^l m_T(z) \cdot \varphi(z) dz}{\int_0^l \Theta(z) \cdot \varphi^2(z) dz} \quad (21)$$

- ω_T = erste Torsionseigenkreisfrequenz
 $\varphi(z)$ = Stabverdrehung um den Querschnittsschwerpunkt
 $m_T(z)$ = stetig verteiltes konstantes Streckentorsionsmoment zur Erzeugung der ersten Torsionseigenform
 $\Theta(z)$ = $m \int (y^2 + x^2) dA$ Rotationsmassenträgheitsmoment des Querschnitts.

Die Verformungen für die *Rayleigh*formeln entnimmt man einer statischen Berechnung infolge der Einheitsbelastung, z. B. $p = 1 \text{ kN/m}$. Die Belastung muß so aufs System gesetzt werden, daß die erste Eigenform, die bei einem solchen System leicht zu schätzen ist, erzeugt wird. Für die erste Biegeeigenform ist dieser Lastfall in Bild 12, Nr. 3 dargestellt. Da die innere, elastische Formänderungsenergie der Pylone, des Versteifungsträgers und der Seile äquivalent der äußeren Energie einer fiktiven Belastung bei einer freien Schwingung sein muß, läßt sich das Integral der inneren elastischen (potentiellen) Formänderungsenergie durch das relativ einfache Integral der fiktiven äußeren Arbeit substituieren.

Literatur:

- [1] Girmscheid, G.: Entwicklungstendenzen und Konstruktionselemente von Schrägseilbrücken aus Stahlbeton- und Verbundkonstruktion. Bautechnik 64 (1987), H. 8, S. 256–267.
- [2] Girmscheid, G.: Vordimensionierung der Haupttragwerksproportionen von Schrägseilbrücken. Bautechnik 64 (1987), H. 9, S. 313–317.
- [3] Roik, K., Albrecht, G., und Weyer, U.: Schrägseilbrücken. Berlin: Ernst & Sohn 1986.
- [4] Sattler, K.: Lehrbuch der Statik, Bd II A, Berlin: Springer Verlag 1975.
- [5] Cornelius, W.: Über den Einfluß der Torsionssteifigkeit auf die Verdrehung von Tragwerken. MAN-Forschungsheft. 1951.
- [6] Bauer, F.: Einfluß von Schwinden und Kriechen auf seilabgespannte Betonbalken. Vorbericht IVBH, Madrid, 1970, S. 163–170.
- [7] Trost, H., und Mainz, B.: Zur Auswirkung von Zwängungen in Spannbetontragwerken. Beton- und Stahlbetonbau 65 (1970), H. 8, S. 194–199.
- [8] Leonhardt, F., Zellner, W., und Svensson, H.: Die Spannbeton-Schräggabelbrücke über den Columbia zwischen Pasco und Kennewick im Staat Washington, USA. Beton- und Stahlbetonbau 75 (1980), H. 3, S. 65.
- [9] DIN 1072: Straßen- und Wegebrücken-Lastenannahmen. Dez. 1985.
- [10] STANNAG 2021: Norm für militärische Fahrzeuge und Brückenlasten. 3. Auflage 1969.
- [11] BS 5400: Steel, concrete and composite bridges. Part 1. Specifications for Loads. British Standard Institut 1978.
- [12] AASHTO: Standard Specifications for Highway Bridges. USA 1977, revised 1979.
- [13] DS 804: Vorschriften für Eisenbahnbrücken und sonstige Ingenieurbauwerke. Deutsche Bundesbahn 1983.
- [14] DIN 1075: Betonbrücken, Bemessung und Ausführung. April 1981.
- [15] Man-Chung Tang: Buckling of cable-stayed girder bridges. Journal of the Structural Division, ASCE, 102 (1976), No. ST9.
- [16] DIN 1055, Teil 45: Lastannahmen für Bauten. Aerodynamische Formbeiwerte für Baukörper. Entwurf Mai 1977.
- [17] Petersen, Ch.: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen. Braunschweig: Vieweg Verlag 1980.
- [18] Klöppel, K., und Friemann, H.: Übersicht über Berechnungsverfahren für Theorie II. Ordnung. Der Stahlbau 33 (1964), H. 9, S. 270.
- [19] Pflüger, A.: Stabilitätsprobleme der Elastostatik. Berlin: Springer Verlag 1975.
- [20] Klöppel, K., Eßlinger, M., und Kollmeier, H.: Die Berechnung eingespannter und fest mit dem Kabel verbundener Hängebrückenpylonen bei Beanspruchung in Brückenlängsrichtung. Der Stahlbau 34 (1965), H. 12, S. 358–361.
- [21] Klöppel, K., und Thiele, F.: Modellversuche im Windkanal zur Bemessung von Brücken gegen die Gefahr widererregter Schwingungen. Der Stahlbau 36 (1967), H. 12, S. 353–365.
- [22] DIN 4149, Teil 1: Bauten in deutschen Erdbebengebieten. 1981.
- [23] Girmscheid, G.: Einführung in die Erdbebenanalyse. Wiesbaden: Bilfinger & Berger 1986. Unveröffentlichte (firmeninterne) Arbeitshilfe.
- [24] Waller, H., und Krings, W.: Matrizenmethoden in der Maschinen- und Bauwerksdynamik. Mannheim: Bibliogr. Institut 1976.
- [25] Klotter, K.: Technische Schwingungslehre Bd. 1, Teil A: Lineare Schwingungen. Berlin: Springer Verlag 1978.
- [26] Müller, F. P.: Baudynamik. Betonkalender 1978 Teil 2, S. 745–962. Berlin: Ernst & Sohn 1978.
- [27] Homberg, H.: Einflußlinien von Schrägseilbrücken. Der Stahlbau 24 (1955), H. 2, S. 40–44.
- [28] Man-Chung Tang: Analysis of cable-stayed girder bridges. Journal of the Structural Division, ASCE 97 (1971), No. St. 5.
- [29] Kollbrunner, C. F., Hajdin, N., und Stipanic, B.: Contribution to the analysis of cable-stayed bridges. Institut für Bauwissenschaftliche Forschung, H. 48. Zürich 1980.
- [30] Tschemmernegg, F.: Zur Berechnung der Pylonen der Rheinbrücke Duisburg-Neuenkamp. Der Stahlbau 42 (1971), H. 11, S. 337–343.
- [31] Schambeck, H., Foerst, H., und Honnefelder, N.: Der Betonpylon der Rheinbrücke Düsseldorf – Flehe / Neuss – Uedesheim. Der Bauingenieur 54 (1979), H. 3, S. 111–117.
- [32] Dittmann, G., und Bondre, K. G.: Die neue Rheinbrücke Düsseldorf – Flehe / Neuss – Uedesheim. Statische Berechnung des Gesamtsystems. Der Bauingenieur 54 (1979), H. 2, S. 59–66.
- [33] Szabo, J.: Höhere Technische Mechanik. Berlin: Springer Verlag 1971.
- [34] Saul, R., und Svensson, H.: Zur Behandlung des Lastfalls „ständige Last“ beim Tragsicherheitsnachweis von Schrägseilbrücken. Bauingenieur 58 (1983), H. 9, S. 329–335.
- [35] Schlaich, J., und Schäfer, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau. Beton-Kalender 1984, Teil II, S. 787–1001. Berlin: Ernst & Sohn 1984.